

9. Сторони паралелограма відносяться як 4 : 3. Знайдіть периметр паралелограма, якщо різниця цих сторін дорівнює 4 см.
10. Які помилки допущено в зображенні паралелограма  $ABCD$  на рисунку 110?

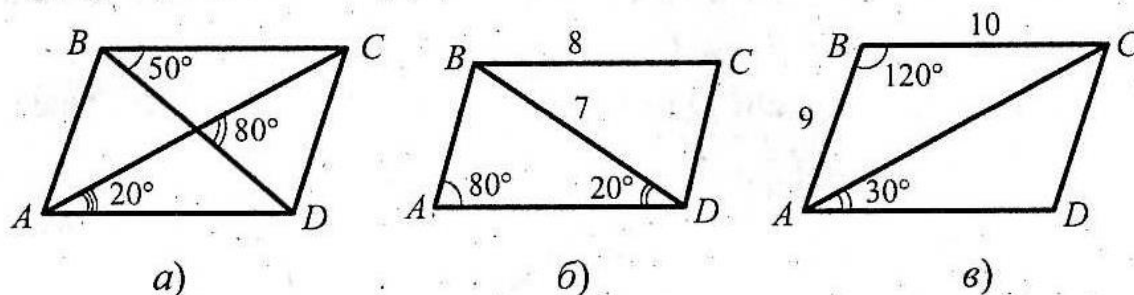


Рис. 110

11. У чотирикутнику  $ABCD$  бісектриса кута  $B$  перетинає бісектриси кутів  $A$  і  $C$  під прямим кутом. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм.
12. На стороні  $BC$  паралелограма  $ABCD$  позначили точку  $E$  так, що  $AB = BE$ . Доведіть, що промінь  $AE$  — бісектриса кута  $A$ .
13. Бісектриси кутів  $A$  і  $D$  паралелограма  $ABCD$  перетинаються в точці, яка лежить на стороні  $BC$ . Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 30 см.
14. У паралелограмі  $ABCD$   $\angle B = 120^\circ$ . Бісектриса кута  $ABD$  поділяє сторону  $AD$  навпіл. Знайдіть периметр паралелограма, якщо  $BD = 5$  см.
15. У паралелограмі  $ABCD$  висоти  $BM$  і  $BN$  поділяють відповідно сторони  $AD$  і  $CD$  навпіл. Знайдіть  $\angle MBN$ .
16. Один з кутів паралелограма на  $50^\circ$  більший за інший. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини: 1) гострого кута; 2) тупого кута.
17. На сторонах  $AB$  і  $CD$  паралелограма  $ABCD$  вибрано відповідно точки  $M$  і  $N$  так, що  $AM = CN$ . Доведіть, що пряма  $MN$  проходить через точку перетину діагоналей паралелограма.
18. На стороні  $AB$  рівностороннього трикутника  $ABC$  взято довільну точку  $M$ . Через точку  $M$  проведено відрізки  $MK$  і  $MN$ , паралельні сторонам  $BC$  і  $AC$  відповідно, точка  $K$  належить стороні  $AC$ , точка  $N$  — стороні  $BC$ . Знайдіть сторону трикутника  $ABC$ , якщо периметр паралелограма  $MKCN$  дорівнює 60 см.
19. Побудуйте паралелограм:
- 1) за двома діагоналями та кутом між ними;
  - 2) за діагоналлю і кутами, які вона утворює зі сторонами.

88. Діагональ рівнобічної трапеції утворює з бічною стороною прямий кут. Відомо, що бічна сторона вдвічі менша від більшої основи. Знайдіть кути трапеції.

89. Визначте вид трапеції, якщо сума її протилежних кутів дорівнює  $180^\circ$ .

90. У трапеції  $ABCD$  бісектриси кутів  $A$  і  $B$  перетинаються в точці  $M$  (рис. 129). Знайдіть суму кутів  $MBC$  і  $MAD$ .

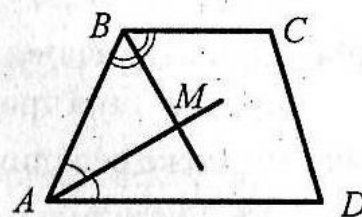


Рис. 129

91. Кут між діагоналями рівнобічної трапеції, протилежний основі, дорівнює  $80^\circ$ , а бічна сторона дорівнює більшій основі. Знайдіть кути трапеції.

92. У трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ )  $AC$  — бісектриса кута  $BAD$ ,  $AC = AD$ ,  $\angle ACD = 70^\circ$ . Знайдіть кути трапеції.

93. У трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ )  $\angle BCA = \angle BDA$ . Доведіть, що  $AB = CD$ .

94. У рівнобічній трапеції довжини відрізків, на які висота, проведена з вершини тупого кута, поділяє більшу основу, відносяться як  $1 : 2$ . Знайдіть відношення основ трапеції.

95. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють  $2$  см і  $10$  см. Знайдіть відрізки, на які висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, поділяє більшу основу.

96. У рівнобічній трапеції один з кутів дорівнює  $120^\circ$ , діагональ трапеції утворює з основою кут  $30^\circ$ . Знайдіть основи трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює  $8$  см.

97. У трапеції  $ABCD$  ( $AB = CD$ ) кут  $B$  — тупий, його бісектриса перетинає основу  $AD$  у точці  $K$ ,  $BK = AB = 13$  см. Знайдіть різницю основ трапеції.

98. У рівнобічній трапеції бічна сторона дорівнює більшій основі. Доведіть, що діагональ трапеції ділить її тупий кут навпіл.

99. У трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) точка перетину бісектрис тупих кутів належить більшій основі  $AD$ . Відомо, що  $AB = 5$  см,  $CD = 7$  см. Знайдіть  $AD$ .

100. У трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) діагоналі перпендикулярні,  $BC = 6$  см,  $AD = 20$  см. Знайдіть довжину відрізка, який з'єднує середини основ трапеції.

101. У прямокутній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута і вдвічі більша за меншу основу. Знайдіть кути трапеції.

### Середня лінія трапеції

103. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її основи дорівнюють:  
1) 12 см і 14 см; 2)  $5b$  і  $16b$ .
104. Знайдіть основи трапеції, якщо їх довжини відносяться як  $5 : 7$ , а середня лінія трапеції дорівнює 1) 36 см; 2)  $n$ .
105. Чи може середня лінія трапеції бути:  
1) у 2 рази більша за меншу основу;  
2) у 2 рази менша від більшої основи?
106. Відрізок  $MN$  — середня лінія трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ). Відомо, що  $BC : MN = 9 : 11$ . Знайдіть основи трапеції, якщо їх різниця дорівнює 12 см.
107. Більша основа трапеції відноситься до середньої лінії як  $5 : 4$ . Середня лінія більша за меншу з основ на 5 см. Знайдіть основи трапеції.
108. Середня лінія трапеції дорівнює 11 см, а висоти, проведені з вершин її тупих кутів, поділяють більшу основу на відрізки, довжини яких відносяться як  $2 : 4 : 1$ . Знайдіть основи трапеції.
109. Діагональ рівнобічної трапеції поділяє тупий кут навпіл, а її основи відносяться як  $4 : 5$ . Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 57 см.
110. Діагоналі трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) перпендикулярні. На більшій основі  $AD$  позначено точку  $E$  таку, що відрізок  $AE$  дорівнює середній лінії трапеції. Доведіть, що  $CE = AE$ .
111. У прямокутній трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) діагональ  $AC$  дорівнює 14 см, перпендикулярна до бічної сторони  $CD$  і поділяє кут  $A$  у відношенні  $2 : 1$ , рахуючи від більшої основи. Знайдіть середню лінію трапеції.

114. Знайдіть вписаний кут, якщо градусна міра дуги, на яку він спирається, дорівнює: 1)  $38^\circ$ ; 2)  $142^\circ$ ; 3)  $90^\circ$ ; 4)  $226^\circ$ ; 5)  $\frac{Y}{2}$ .
115. Точка  $M$  кола і його центр  $O$  лежать по різні сторони від хорди  $AB$ . Знайдіть: 1) кут  $AMB$ , якщо  $\angle AOB = 152^\circ$ ; 2) кут  $AOB$ , якщо  $\angle AMB = 73^\circ$ .
116. Точки  $M$  і  $N$  лежать на колі по одну сторону від хорди  $AB$ . Відомо, що  $\angle AMB = 63^\circ$ . Знайдіть кут  $ANB$ .
117. Точки  $M$  і  $N$  лежать на колі по різні сторони від хорди  $AB$ ,  $\angle ANB = 82^\circ$ . Знайдіть кут  $AMB$ .
118. Навколо трикутника  $ABC$  описано коло з центром у точці  $O$ . Знайдіть кут  $AOB$ , якщо: 1)  $\angle C = 54^\circ$ ; 2)  $\angle C = 136^\circ$ .
119. У трикутнику  $ABC$   $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 62^\circ$ , точка  $O$  — центр описаного кола. Знайдіть  $\angle AOB$ ,  $\angle AOC$ ,  $\angle COB$ .
120. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, вписаного в коло, основа якого стягує дугу, градусна міра якої дорівнює  $100^\circ$ .
121. Кінці хорди поділяють коло на дві дуги, градусні міри яких відносяться як  $5 : 13$ . Знайдіть вписані кути, які спираються на цю хорду.
122. Кінці хорди  $AB$  поділяють коло на дві дуги. Градусна міра більшої з них дорівнює  $260^\circ$ , а менша поділяється точкою  $M$  у відношенні  $7 : 18$ , рахуючи від точки  $B$ . Знайдіть  $\angle MBA$ .
123. Точки  $D, E$  і  $F$  поділяють коло на три дуги так, що  $\cup DE : \cup EF : \cup DF = 2 : 9 : 7$ . Знайдіть кути трикутника  $DEF$ .
124. Точки  $M$  і  $N$  кола лежать по одну сторону від діаметра  $AB$  (рис. 130). Знайдіть кут  $BMN$ , якщо  $\angle AMN = 110^\circ$ .

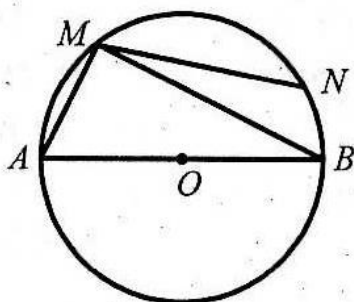


Рис. 130

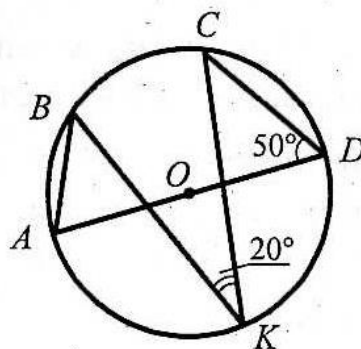
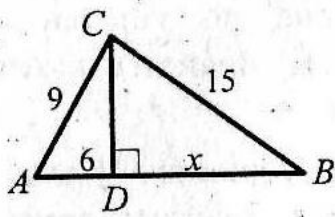


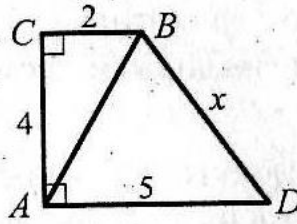
Рис. 131

125. Відрізок  $AD$  — діаметр кола з центром  $O$  (рис. 131). Знайдіть  $\angle BAD$ , якщо  $\angle CDA = 50^\circ$ ,  $\angle BKC = 20^\circ$ .

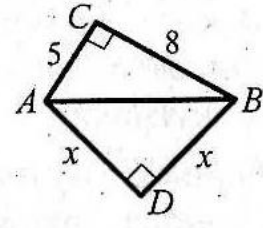
204. Знайдіть довжину невідомого відрізка  $x$  на рисунку 149 (довжини відрізків дано в сантиметрах).



a)



б)



в)

Рис. 149

205. Катети прямокутного трикутника відносяться як  $12 : 5$ , а гіпотенуза дорівнює  $39$  см. Знайдіть катети трикутника.
206. Сума катетів прямокутного трикутника дорівнює  $17$  см, а гіпотенуза —  $13$  см. Знайдіть катети трикутника.
207. У прямокутному трикутнику  $ABC$  ( $\angle B = 90^\circ$ )  $AC = 52$  см,  $AB = 20$  см. Знайдіть медіану  $AM$  трикутника.
208. Медіана, проведена до гіпотенузи прямокутного трикутника, дорівнює  $10$  см. Знайдіть сторони трикутника, якщо різниця його катетів дорівнює  $4$  см.
209. У гострокутному трикутнику  $ABC$   $AB = 17$  см,  $BC = 25$  см, а висота  $BD$  поділяє сторону  $AC$  на відрізки  $AD$  і  $DC$  такі, що  $AD : DC = 2 : 5$ . Знайдіть  $AC$ .
210. У гострокутному рівнобедреному трикутнику  $ABC$  ( $AB = BC$ ) проведено висоту  $AD$  і медіану  $BK$ . Знайдіть  $BK$ , якщо  $AD = 8$  см,  $CD = 6$  см.
211. У рівнобедреному трикутнику бічна сторона більша за висоту, проведена до основи, на  $2$  см, а основа трикутника дорівнює  $16$  см. Знайдіть бічну сторону трикутника.
212. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює  $72$  см, а висота, проведена до основи, —  $24$  см. Знайдіть сторони трикутника.
213. З точки до прямої проведено дві похилі. Одна з них дорівнює  $22$  см і утворює з прямою кут  $45^\circ$ . Знайдіть довжину другої похилої, якщо її проекція на цю пряму дорівнює  $\sqrt{82}$  см.
214. З точки, яка знаходиться на відстані  $8$  см від прямої, проведено до неї дві похилі завдовжки  $17$  см і  $10$  см. Знайдіть відстань між основами цих похилих. Скільки розв'язків має задача?
215. З точки до прямої проведено дві похилі, проекції яких на цю пряму дорівнюють  $5$  см і  $9$  см. Знайдіть довжини похилих, якщо їх сума дорівнює  $28$  см.

216. З точки до прямої проведено дві похилі, довжини яких дорівнюють 15 см і 20 см, а довжини їх проєкцій на цю пряму відносяться як 9 : 16. Знайдіть відстань від точки до даної прямої.
217. У прямокутний трикутник вписано коло. Точка дотику поділяє гіпотенузу на відрізки завдовжки 5 см і 12 см. Знайдіть катети трикутника.
218. У прямокутному трикутнику медіани, проведені до катетів, дорівнюють  $2\sqrt{73}$  см і  $4\sqrt{13}$  см. Знайдіть сторони трикутника.
219. У рівнобедреному прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, на 2 см менша від катета. Знайдіть гіпотенузу.
220. Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника поділяє катет на відрізки завдовжки 25 см і 20 см. Знайдіть сторони трикутника.
221. Бісектриса кута при основі рівнобедреного трикутника поділяє висоту, проведену до основи, на відрізки завдовжки 6 см і 10 см. Знайдіть сторони трикутника.
222. Знайдіть медіану рівнобедреного трикутника, проведену до бічної сторони, якщо бічна сторона і основа трикутника дорівнюють відповідно 30 см і 48 см.
223. У рівнобічній трапеції діагональ дорівнює 15 см, а середня лінія — 8 см. Знайдіть висоту трапеції.
224. У рівнобічній трапеції бічна сторона, висота і діагональ дорівнюють відповідно 10 см, 8 см і 17 см. Знайдіть основи трапеції.
225. У прямокутному трикутнику катети дорівнюють 20 см і 15 см. Знайдіть висоту трикутника, проведену до гіпотенузи.
226. У рівнобічну трапецію вписано коло, радіус якого дорівнює 8 см. Різниця основ трапеції дорівнює 24 см. Знайдіть сторони трапеції.
227. У колі з центром у точці  $O$  проведено хорду  $AB$ , яка перпендикулярна до радіуса  $OM$  і перетинає його в точці  $K$ ,  $OK : KM = 8 : 9$ ,  $AB = 90$  см. Знайдіть радіус кола.
228. Радіуси двох кіл дорівнюють 10 см і 2 см, а довжина їх спільної зовнішньої дотичної — 15 см. Знайдіть відстань між центрами кіл.
229. Точки  $A$  і  $B$  лежать по різні сторони від прямої  $l$  на відстані 3 см і 5 см від неї відповідно. Знайдіть  $AB$ , якщо відстань між проєкціями цих точок на пряму  $l$  дорівнює 6 см.

240. Розв'яжіть прямокутний трикутник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) за відомими елементами:
- 1)  $AB = 8$  см,  $\angle A = 44^\circ$ ;
  - 2)  $AC = 12$  см,  $\angle A = 57^\circ$ ;
  - 3)  $BC = 11$  см,  $\angle A = 68^\circ$ ;
  - 4)  $AB = 14$  см,  $AC = 8$  см;
  - 5)  $AC = 14$  см,  $BC = 8$  см.

241. У рівнобедреному трикутнику  $ABC$   $AB = BC = 10$  см,  $\angle B = 64^\circ$ . Знайдіть сторону  $AC$  і висоту  $BD$  трикутника.

242. У рівнобедреному трикутнику  $ABC$  ( $AB = BC$ )  $AC = 4$  см,  $\angle C = 52^\circ$ . Знайдіть сторони  $AB$ ,  $BC$  і висоту  $CK$  трикутника.

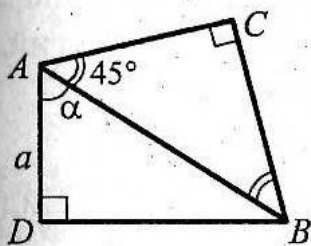
243. З точки, що знаходиться на відстані 16 см від прямої, проведено до неї дві похилі, які утворюють з прямою кути  $30^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайдіть довжини похилих і їх проєкцій на пряму.

244. З точки, що знаходиться на відстані 20 см від прямої, проведено до неї дві похилі, які утворюють з прямою кути  $60^\circ$  і  $45^\circ$ . Знайдіть відстань між основами похилих. Скільки розв'язків має задача?

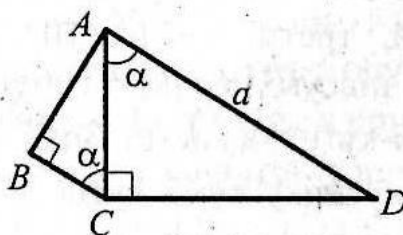
245. Знайдіть невідомі сторони прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), якщо:

- 1)  $AB = c$ ,  $\angle B = \alpha$ ;
- 2)  $AC = b$ ,  $\angle A = \beta$ ;
- 3)  $BC = a$ ,  $\angle A = \varphi$ .

246. За рисунком 150 знайдіть відрізки  $AB$  і  $BC$ .



a)



б)

Рис. 150

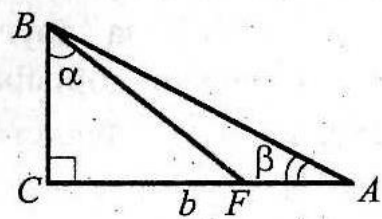


Рис. 151

247. У прямокутному трикутнику  $ABC$  (рис. 151)  $AC = b$ ,  $\angle BAC = \beta$ ,  $\angle FBC = \alpha$ . Знайдіть відрізок  $AF$ .

248. Сторона  $AD$  прямокутника  $ABCD$  дорівнює  $m$ , а кут між діагоналями, протилежний цій стороні, дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть сторону  $AB$  і діагоналі прямокутника.

279. Знайдіть площу паралелограма, сторони якого дорівнюють 8 см і 14 см, а кут між ними —  $45^\circ$ .
280. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює  $7\sqrt{2}$  см, а один з кутів —  $135^\circ$ .
281. Площа паралелограма дорівнює  $56 \text{ см}^2$ . Знайдіть відстань між сторонами паралелограма, довжини яких дорівнюють 8 см.
282. Одна із сторін паралелограма дорівнює 5 см, а висота, проведена до другої сторони, — 4 см. Знайдіть невідому сторону і висоту паралелограма, якщо його площа дорівнює  $40 \text{ см}^2$ .
283. Сторони паралелограма дорівнюють 8 см і 10 см, а одна з висот — 6 см. Знайдіть другу висоту паралелограма. Скільки розв'язків має задача?
284. Площа паралелограма дорівнює  $45 \text{ см}^2$ , а його висота на 4 см менша від сторони, до якої вона проведена. Знайдіть цю сторону паралелограма та висоту, проведену до неї.
285. Знайдіть площу паралелограма, сторони якого дорівнюють 25 см і 7 см, а одна з діагоналей перпендикулярна до його сторони.
286. Доведіть, що пряма, яка поділяє паралелограм на дві рівновеликі частини, проходить через точку перетину його діагоналей.
291. Знайдіть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 6 см і 5 см, а кут між ними: 1)  $60^\circ$ ; 2)  $135^\circ$ .
292. Знайдіть площу рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює 16 см, а бічна сторона — 10 см.
293. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 8 см і 15 см. Знайдіть висоту трикутника, проведену до гіпотенузи.
294. У трикутнику  $ABC$   $AC : CB = 2 : 5$ . Знайдіть відношення висот трикутника, проведених з вершин  $A$  і  $B$ .
295. Доведіть, що меншій стороні трикутника відповідає більша висота.
296. Доведіть, що медіани трикутника поділяють його на шість рівновеликих трикутників.
297. Діагоналі чотирикутника  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$ . Відомо, що трикутники  $AOB$  і  $COD$  рівновеликі. Доведіть, що  $BC \parallel AD$ .
298. Висота рівнобедреного трикутника, проведена до бічної сторони, поділяє її на відрізки завдовжки 2 см і 8 см, рахуючи від вершини кута при основі. Знайдіть площу трикутника.



325. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, діагоналі якої перпендикулярні, а основи дорівнюють 12 см і 20 см.
326. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 4 см і 10 см, а діагоналі ділять її тупі кути навпіл.
327. Різниця основ прямокутної трапеції дорівнює 6 см, а менша основа — 12 см. Знайдіть площу трапеції, якщо її менша діагональ ділить прямий кут трапеції навпіл.
328. Знайдіть площу прямокутної трапеції, більша основа якої дорівнює 24 см, менша бічна сторона — 10 см, а тупий кут —  $135^\circ$ .
329. Бічні сторони прямокутної трапеції дорівнюють 17 см і 8 см, а її основи відносяться як 2 : 5. Знайдіть площу трапеції.
330. Висота рівнобічної трапеції дорівнює  $7\sqrt{3}$  см. Знайдіть площу трапеції, якщо кут між її діагоналями, протилежний бічній стороні трапеції, дорівнює  $60^\circ$ .
331. Знайдіть площу рівнобічної трапеції, діагоналі якої перпендикулярні, а висота дорівнює 10 см.
332. Знайдіть площу трапеції, основи якої дорівнюють 8 см і 18 см, а кути при більшій основі —  $30^\circ$  і  $60^\circ$ .
333. Знайдіть площу трапеції, основи якої дорівнюють 8 см і 22 см, а бічні сторони — 26 см і 28 см.
334. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, поділяє її бічну сторону на відрізки завдовжки 9 см і 16 см. Знайдіть площу трапеції.
335. Площа рівнобічної трапеції дорівнює  $50\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>, а гострий кут дорівнює  $45^\circ$ . Знайдіть висоту трапеції, якщо відомо, що в неї можна вписати коло.
336. Бічні сторони трапеції дорівнюють 15 см і 13 см, а довжини основ відносяться як 1 : 3. Знайдіть площу трапеції, якщо відомо, що в неї можна вписати коло.
337. Точка дотику кола, вписаного в прямокутну трапецію, поділяє більшу бічну сторону на відрізки, довжини яких відносяться як 4 : 9. Знайдіть площу трапеції, якщо менша з її бічних сторін дорівнює 24 см.